

## 3.6 放射計

放射計: ある周波数幅で電波望遠鏡からのノイズの平均電力を測定

ノイズ電圧は放射計のバンド幅と同等の時間スケール(nanosec)で変動する

→ ノイズをそのまま検知するのは難しい

二乗検波器: 放射計内で入力電圧を二乗して出力電圧として返す

- ・ノイズ電力が常に0以上となる

- ・天体からのノイズはほぼ定常である

→ 長い時間スケールで電力の平均をとるとノイズは定常となる

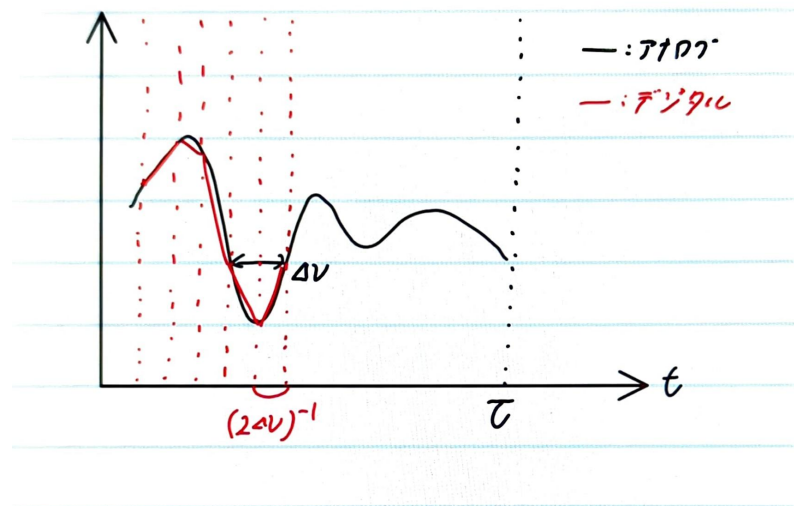
## 3.6 ナイキスト＝シャノンの標本化定理

(最高)バンド幅  $\Delta\nu$  と時間  $T$  を持つ任意の関数は、時間的に  $2\Delta\nu$  の間隔をあけた個の独立したサンプルで表すことができる

標本化定理:

アナログデータをデジタルデータに変換する際、バンド幅の2倍以上の周波数でサンプリングすれば元データを再現できる

$N = 2\Delta\nu T$  のサンプルでノイズを平均すれば、 $(N/2)^{-1/2} = (\Delta\nu T)^{-1/2} \ll 1$  不確かさでノイズの平均電力を決定できる



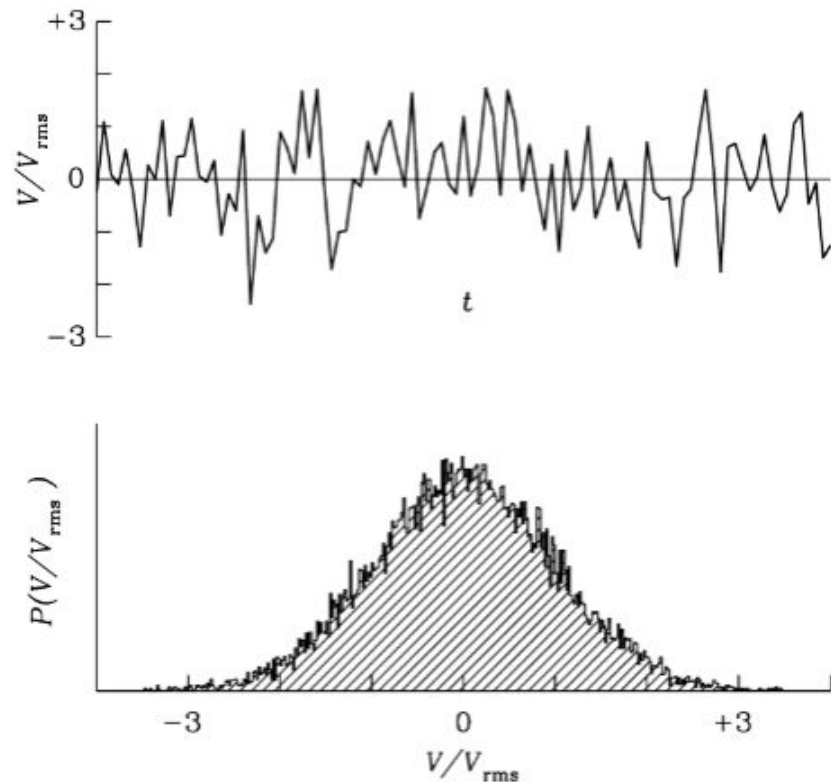
## 3.6.1 バンド制限ノイズ

ノイズの独立したランダムな電圧は、中心極限定理によりガウス分布に従う

上図: 時間  $\tau$  までの間に、0から  $\Delta\nu$  までの周波数幅を持つ100のノイズサンプル

e.g.  $\Delta\nu = 1 \text{ MHz}$ ,  $\tau = 50 \mu\text{s}$

$$\Rightarrow (2\Delta\nu)^{-1} = 0.5 \mu\text{s}, N = 2\Delta\nu\tau = 100$$



## 3.6.1 雑音温度

抵抗温度  $T$ のもとでの、単位バンド幅あたりのノイズ電力 :  $P_\nu$

$$P_\nu = kT \Rightarrow T_N \equiv \frac{P_\nu}{k}$$

$T_N$ : 雑音温度

単位バンド幅あたりの電力で見たノイズ源の温度

## 3.6.1 システム雑音温度

放射計の入力を基準としたシステム雑音温度  $T_s$

$$T_s = T_{\text{cmb}} + T_{\text{rsb}} + \Delta T_{\text{source}} \\ + (1 - \exp(-\tau_A))T_{\text{atm}} + T_{\text{spill}} + T_r$$

全てのノイズ源からの電力の合計に相当する温度

$T_{\text{rsb}}$  背景の電波源によって寄与される空の平均輝度温度、 $\left(\frac{T_{\text{rsb}}}{0.1 \text{ K}}\right) \sim \left(\frac{\nu}{1.4 \text{ GHz}}\right)^{-2.7}$

$\Delta T_{\text{source}}$  観測対象である天体からの放射による温度、 $\Delta T_{\text{source}} \ll T_s$

$T_{\text{spill}}$  反射鏡のエッジを超えた方向からの放射による温度

$T_r$ : 放射計雑音温度、等価回路に置き換えたときの抵抗温度に等しい

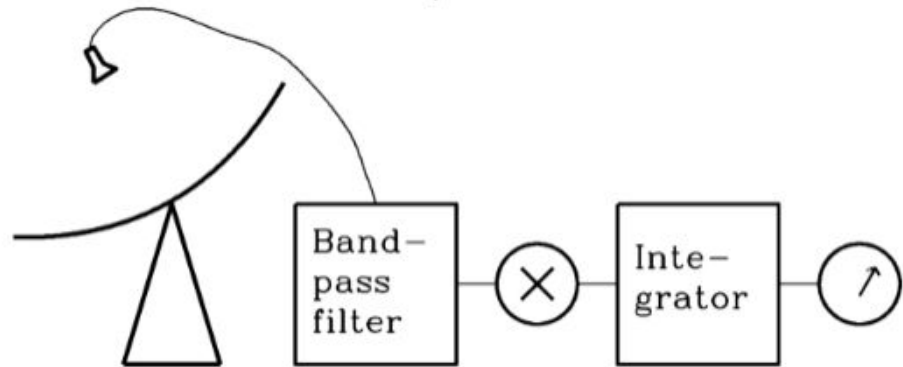
## 3.6.2 トータルパワー放射計

ある周波数幅  $\nu_{RF} - \Delta\nu/2$  to  $\nu_{RF} + \Delta\nu/2$

入力ノイズ電力の時間平均を求める(  $\Delta\nu$ :放射計のバンド幅)

トータルパワー放射計の構成:

- ・バンドパスフィルタ: 求めたい周波数幅にノイズを絞る
- ・二乗検波器: 入力電圧を二乗して出力電圧として返す
- ・アベレージャ: 出力を平滑化する
- ・ボルトメータまたは他のデバイス:  
平滑化された電圧を測定し記録する



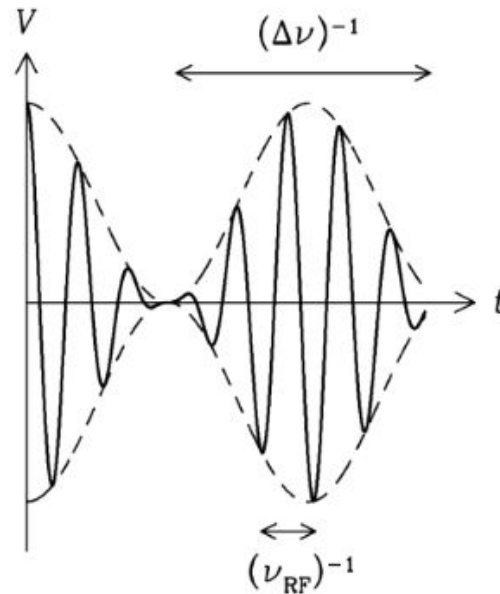
## 3.6.2 バンドパスフィルタ

バンドパスフィルタ: 入力電圧を  $\Delta\nu$  の幅にフィルタリングする

→ ノイズは周波数  $\Delta\nu$  の包絡線を伴った、周波数  $\nu_{RF}$  のサインカーブに似た形となる

の下では、包絡線は正負で似た形をしている

$$\Delta\nu \ll \nu_{RF}$$



## 3.6.2 二乗検波器

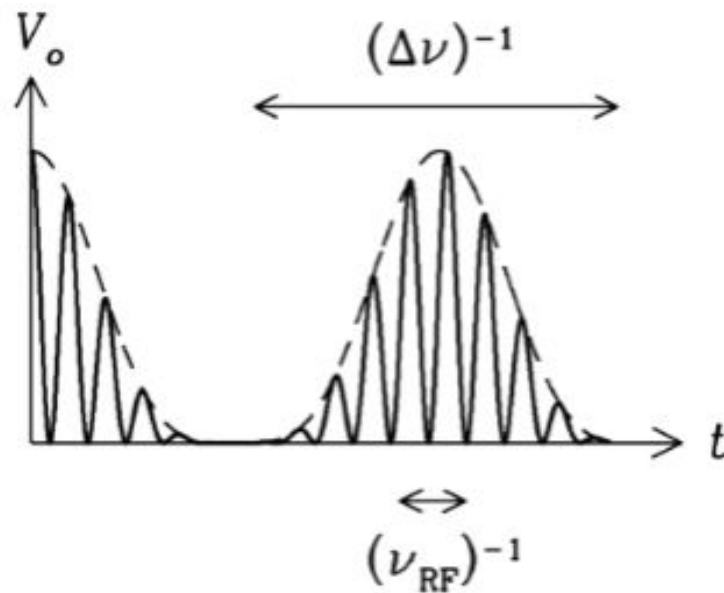
二乗検波器: 入力電圧を二乗して出力電圧として返す

入力電圧:  $V_i \sim \cos(2\pi\nu_{\text{RF}}t)$

→ 出力電圧:  $V_o \propto \cos^2(2\pi\nu_{\text{RF}}t) = \frac{1}{2} + \frac{\cos(4\pi\nu_{\text{RF}}t)}{2}$

周波数をもたないDC成分と、  
入力周波数の二倍の振動成分との和

周波数は  $2\nu_{\text{RF}}$  に中心を持ち、  
0付近にも成分を持つ分布をとる



## 3.6.2 アベレージャ

アベレージャ: 急激な変動を、ある時間スケール  
抑制する

$\tau \gg \Delta t$  で平均化 or 積分することで

- ・RCフィルターで電子的に平滑化
- ・出力電圧をサンプリングしてデジタル化、その走行平均を計算して数値化

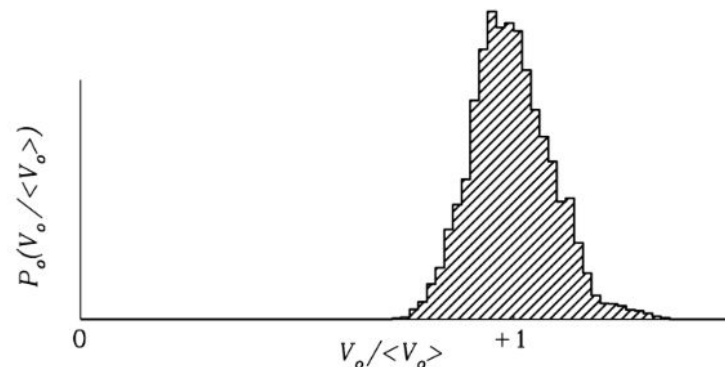
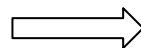
## 3.6.2 理想放射計方程式

時間スケール  $\tau$  に独立した  $N = 2/\Delta\nu\tau$  のサンプルがあるときのRMSE:

$$\sigma_T = \frac{2^{1/2} T_s}{N^{1/2}} \sim \frac{T_s}{\sqrt{\Delta\nu\tau}} \quad (\text{理想放射計方程式})$$

$T_s$ : 全ノイズ電力に対応するノイズ温度

厚く平滑化された出力電圧は、入力電圧と同様、ガウス分布に従う



### 3.6.3 受信機利得の変動

受信機出力電圧は受信機利得  $G$  に比例するが、利得の変動  $\Delta G$  に対して起こる誤差が無視できない:

$$\sigma_G = T_s \left( \frac{\Delta G}{G} \right)$$

利得による誤差とノイズによる誤差は独立にランダムで起こるから、実際の誤差はそれらの分散和で与えられる:

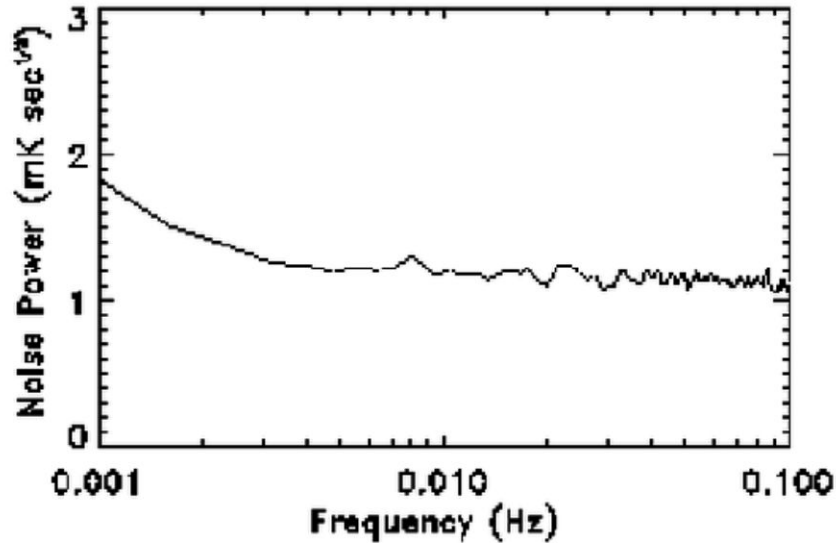
$$\sigma_T^2 = \sigma_{\text{noise}}^2 + \sigma_G^2 \Rightarrow \sigma_T \sim T_s \left( \frac{1}{\Delta \nu \tau} + \left( \frac{\Delta G}{G} \right)^2 \right)^{1/2}$$

(実放射計方程式)

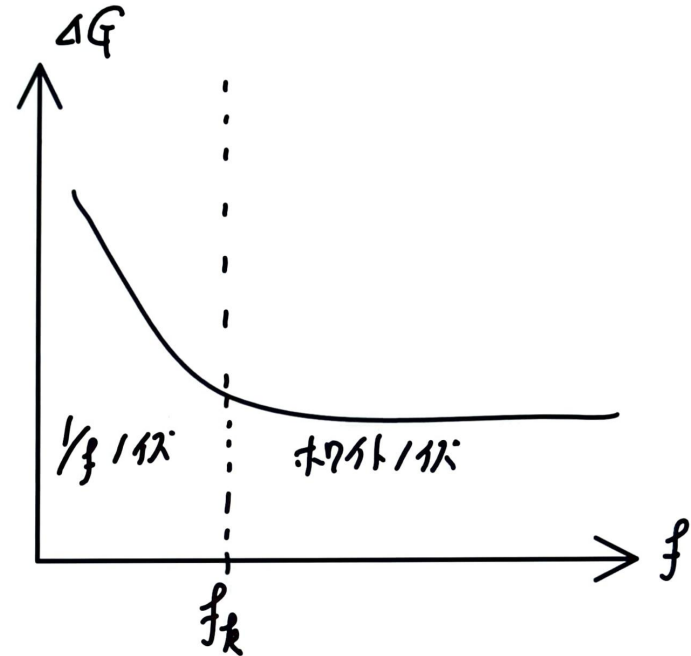
### 3.6.3 受信機利得の安定性

利得は $1/f$ ノイズを持つため、時間スケールを大きくするとノイズは大きくなる

利得安定性は  $\sigma_{\text{noise}} \propto \frac{1}{Q}$  となる  
周波数  $f_k$  で規定されることが多い



Jarosik+2003



### 3.6.3 大気放射の変動

大気放射の変動も放射計にノイズを与える

e.g. 大気中の水蒸気は十分に混ざっていないので、それらからの放射は変動し、5 GHz以上の周波数においてノイズを引き起こす

### 3.6.3 ディックスイッチ

受信機利得と大気放射による変動の影響を最小化したい

→ 隣接する二つのフィードからの信号を比較して差動測定を行えばよい  
(ディックスイッチ)

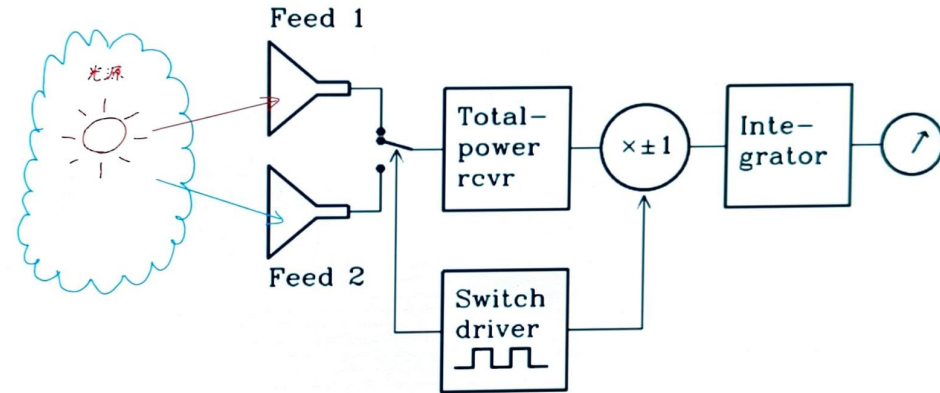
フィード1、2によるシステム温度をそれぞれ  $T_1$ 、 $T_2$

光源からの放射に対して出力を+1倍、大気放射に対して出力を-1倍すると、  
受信機利得の変動による誤差を最小化できる:

$$\sigma_G \sim (T_1 - T_2) \frac{\Delta G}{G} \ll T_1 \frac{\Delta G}{G}$$

ディック放射計の理想放射計方程式:

$$\sigma_T = \frac{2T_s}{\sqrt{\Delta\nu T}} \quad (\Rightarrow \text{ホワイトボード})$$



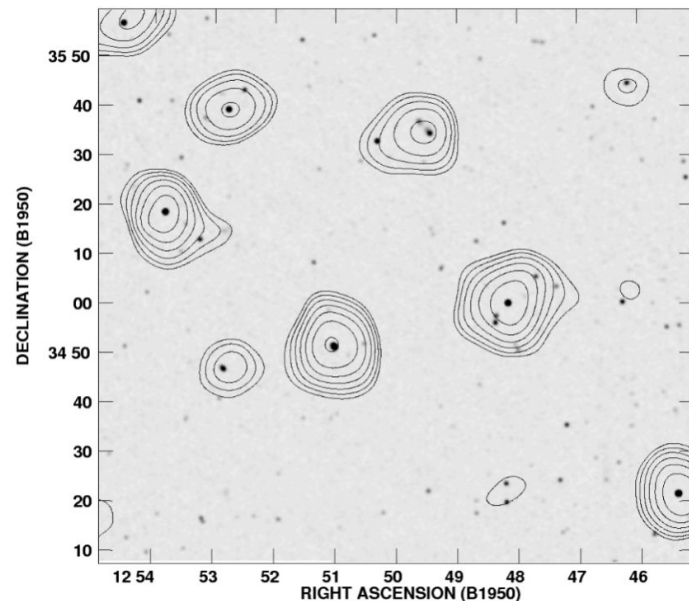
### 3.6.3 コンフュージョン

個々の天体は天球に等方的に分布しているため、これらはノイズを与える  
(コンフュージョン)

コンフュージョンの振幅分布をガウシアンに近似して、FWHMを  $\theta$  としたときのコンフュージョンによるRMSE:

$$\left( \frac{\sigma_c}{\text{mJy beam}^{-1}} \right) \approx \begin{cases} 0.2 \left( \frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-0.7} \left( \frac{\theta}{\text{arcmin}} \right)^2 & (\theta > 0.17 \text{ arcmin}) \\ 2.2 \left( \frac{\nu}{\text{GHz}} \right)^{-0.7} \left( \frac{\theta}{\text{arcmin}} \right)^{10/3} & (\theta < 0.17 \text{ arcmin}) \end{cases}$$

$5\sigma_c$ よりも暗い天体は検出することができない  
(コンフュージョン限界)

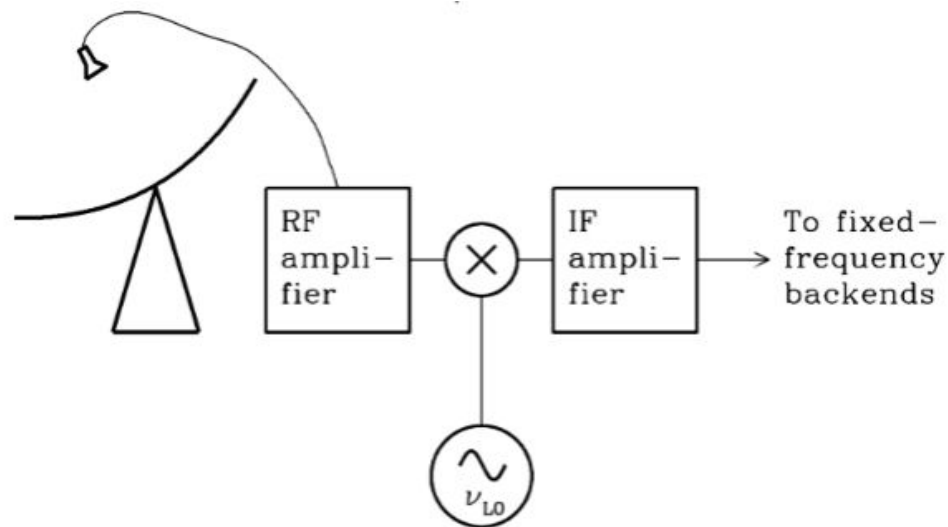


## 3.6.4 スーパーヘテロダイン受信機

局部発振器によって作られたサイン波を、ミキサーを用いてRF信号にかけ合わせ、異なる周波数を持つIF信号に変換する：

$$2 \sin(2\pi\nu_{LO}t) \sin(2\pi\nu_{RF}t) = \cos(2\pi(\nu_{LO} - \nu_{RF})t) - \cos(2\pi(\nu_{LO} + \nu_{RF})t)$$

- ・IF信号はRF信号より周波数が小さく、増幅、長距離送信、フィルタリング、デジタル化がしやすい
- ・局部発振器の周波数のみ調整すれば、IFアンプやバックエンド機器をある固定された周波数範囲で動作させることができる



## 3.6.5 分光計

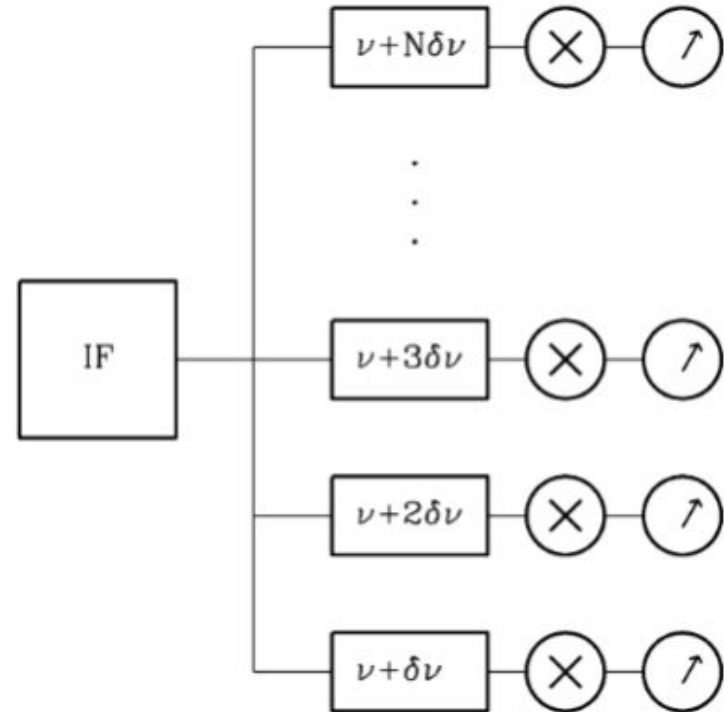
IF増幅器からの信号を幅  $\delta\nu \leq \Delta\nu$  の狭い周波数範囲に分割し、 $N$  個のチャンネルの電力を同時に測定して、原子線や分子線を素早く見つけるバックエンド

フィルタバンク: 間隔  $\delta\nu$  のフィルタを  
並列接続し、チャンネルそれぞれがIF信号  
を分割、検出する

滑らかなスペクトルを得るためには  $\delta\nu$   
小さくする必要がある

→  $N$  を大きくする必要があるが、100以上の  
チャンネルを持つフィルタバンクの構築や  
調整は難しい

チャンネルが1000～10000の場合、DSP技術  
が必要



### 3.6.5 ウィーナー=ヒンチンの定理

相互相関関数のフーリエ変換は、元の関数のフーリエ変換の積に等しい:

$$f \star g \equiv \int_{-\infty}^{\infty} f(u)g(u-x)du \Leftrightarrow \bar{F} \cdot G$$

自分自身との相互相関(自己相関)については以下が成り立つ  
(ウィーナー=ヒンチンの定理):

$$f \star f \Leftrightarrow \bar{F} \cdot F = |F|^2$$

$|F|^2$ (パワースペクトル): 時間信号  $f$  による電力を周波数で表したもの

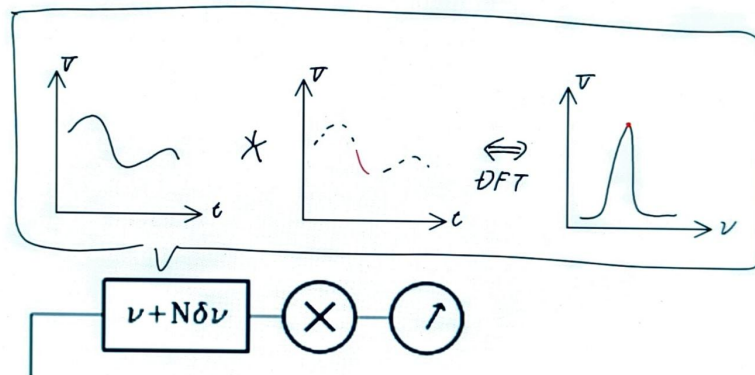
$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(x)|^2 dx = \int_{-\infty}^{\infty} |F(s)|^2 ds$$

## 3.6.5 自己相関分光計

ウィナー=ヒンチンの定理から、入力信号の自己相関関数からパワースペクトルを求めることができる

元のデータと一部を切り取ったデータから自己相関関数を作成し、フーリエ変換してパワースペクトルを得る

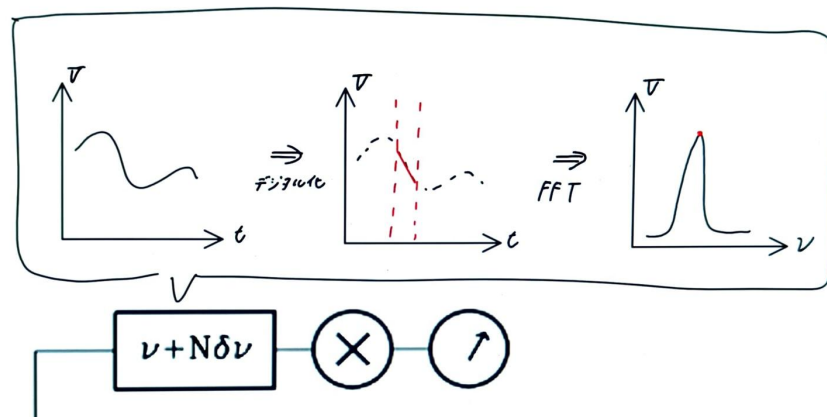
→ 微小周波数幅  $\delta\nu$  におけるノイズ強度



## 3.6.5 フーリエ変換分光計

ナイキスト・サンプリングされた帯域をフーリエ変換することで、パワースペクトルを直接計算する分光計

- ・FPGAによるシングルチップでの計算
- ・FPGAによる分割 → 他のFPGAやCPU、GPUによるさらなるデータ処理



## 3.6.6 Yファクタ法

物理的溫度が  $T_h$ 、 $T_c$  の抵抗を放射計の入力に接続し、それぞれの電圧を測る  
二乗検波器により、電圧は抵抗によるノイズ電力と、放射計によるノイズ電力の和に比例する:

$$V_h = k(T_h + T_r)\Delta\nu G \quad V_c = k(T_c + T_r)\Delta\nu G$$

以下のように Yファクタを定義すると、放射計雑音温度  $T_r$  を求められる:

$$Y \equiv \frac{V_h}{V_c} = \frac{T_h + T_r}{T_c + T_r} \Rightarrow T_r = \frac{T_h - YT_c}{Y - 1}$$

### 3.6.6 雑音係数、雑音指数

$$F_n \equiv \frac{T_r + T_0}{T_0} \Rightarrow T_r (\text{雑音係数} \times T_0)$$

$$T_0 \equiv 290 \text{ K}$$

分子が室温の抵抗に接続された放射計の電圧、  
分母が室温の抵抗に接続されたノイズのない放射計の電圧を表している

単位をdBに変換した雑音指数もよく使われる:

$$\text{NF} \equiv 10 \log_{10} F_n$$